



УДК 539.546

ПОЛЕ ДАВЛЕНИЯ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ ГРАВИТАЦИИ

Е. М. Девяткин, Н. В. Перемолотова

Стерлитамакский государственный педагогический институт, Стерлитамак

Аннотация. Осуществлена постановка задачи фильтрации газированной жидкости в гравитационном поле. Получено уравнение для поля давления при фильтрации газированной жидкости. Доказана неприменимость баротропного приближения при решении задачи с учетом гравитационного поля. Полученные результаты могут быть использованы в механике пористых сред, подземной гидродинамике и геофизике.

Ключевые слова: фильтрация газированной жидкости, гравитационное поле, пористая среда

1 Введение

Задачи о фильтрации газированной жидкости возникают в нефтепромышленном деле, химической технологии, гидрологии. Важность введения точных методов расчета в вопросы движения газированной жидкости в подземных пластах ясна, если учесть стремительный рост добычи нефти и газа, числа скважин. Специфическая трудность этой проблемы состоит в том, что нефть и газ в продуктивных пластах защищены от глаз наблюдателя мощной броней горных пород.

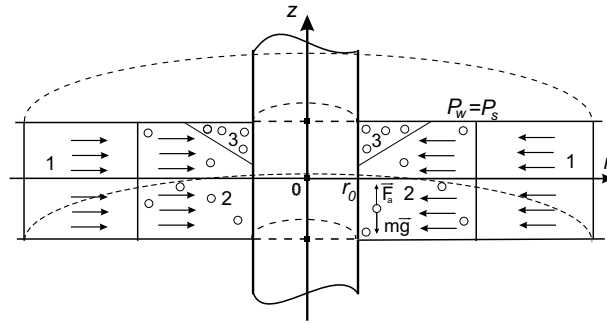


Рис. 1. Геометрия задачи о фильтрации газированной нефти вблизи эксплуатационных скважин: 1 — зона однофазной фильтрации; 2 — зона двухфазной фильтрации; 3 — зона фильтрации свободного газа

2 Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим поле давления при фильтрации газированной жидкости с учетом гравитации. В ряде месторождений давление насыщения равно пластовому, тогда движение нефти в пласте сопровождается разгазированием на всем протяжении. Пусть в скважине поддерживается забойное давление P_w , ниже давления насыщения P_s ($P_w < P_s$). Тогда при давлениях P , больших давления насыщения и меньших начального пластового P_h ($P_s < P < P_h$), наблюдается однофазная фильтрация жидкости и растворенного газа. При давлениях, меньших P_s , из нефти выделяется растворенный газ и происходит двухфазная фильтрация.

Для простоты будем считать, что пористый пласт и окружающие породы являются однородными и изотропными. Считается также, что непроницаемые пласты расположены горизонтально и окружены сверху и снизу непроницаемыми породами.

Рассмотрим движение газированной нефти в цилиндрической системе координат (Рис. 1). Нефть содержит значительное количество газов, основным из которых является метан. В зоне 1 происходит фильтрация газированной нефти ($P > P_s$). В зоне 2 движутся нефть с растворенным газом и свободный газ. Под действием силы Архимеда газ всплывает, скапливаясь в кровле пласта возле скважины, образуя зону фильтрации свободного газа 3.

Не пренебрегая гравитационными силами, действующими на пласт газированной жидкости и свободный газ, будем считать, что каждая из фаз движется в пористой среде по закону Дарси:

$$\text{для несущей фазы } \vec{v}_1 = -\frac{k}{\mu_1} f_1(s) [\text{grad}P - (\rho_1 + \rho_2)\vec{g}]; \quad (1)$$

$$\text{для свободного газа } \vec{v}_3 = -\frac{k}{\mu_3} f_3(s) (\text{grad}P - \rho_3\vec{g}). \quad (2)$$

Связь между насыщенностями фаз: $s_1 = s_2 = 1 - s$, $s_3 = s$.

Уравнения неразрывности для несущей фазы, для растворенного в жидкости газа и для свободного газа соответственно равны

$$\frac{\partial(m s_1 \rho_1)}{\partial t} + \nabla(\rho_1 \vec{v}_1) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial(m s_2 \rho_2)}{\partial t} + \nabla(\rho_2 \vec{v}_1) = -q, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(m s_3 \rho_3)}{\partial t} + \nabla(\rho_3 \vec{v}_3) = q. \quad (5)$$

Подставив (1) в (3), получим:

$$\frac{\partial[m(1-s)\rho_1]}{\partial t} + \nabla \left[-\frac{k}{\mu_1} f_1(s) \rho_1 (\nabla P - (\rho_1 + \rho_2)\vec{g}) \right] = 0. \quad (6)$$

Распишем второе слагаемое

$$\frac{\partial[m(1-s)\rho_1]}{\partial t} - \frac{k}{\mu_1} \nabla[f_1(s)\rho_1 \nabla P] + \frac{k}{\mu_1} \nabla[f_1(s)\rho_1(\rho_1 + \rho_2)\vec{g}] = 0. \quad (7)$$

После некоторых преобразований получим следующее уравнение

$$\begin{aligned} \frac{d[m(1-s)\rho_1]}{dP} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{k}{\mu_1} f_1(s) \rho_1 \nabla P - \frac{k}{\mu_1} \frac{d[f_1(s)\rho_1]}{dP} (\nabla P)^2 + \\ + \frac{k}{\mu_1} \frac{d[f_1(s)\rho_1(\rho_1 + \rho_2)]}{dP} \nabla P \vec{g} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Сложив (4) и (5), с учетом закона Дарси для несущей фазы и для свободного газа

$$\begin{aligned} \frac{\partial[m((1-s)\rho_2 + s\rho_3)]}{\partial t} - \frac{k}{\mu_1} \nabla[f_1(s)\rho_2(\nabla P - (\rho_1 + \rho_2)\vec{g})] - \\ - \frac{k}{\mu_3} \nabla[f_3(s)\rho_3(\nabla P - \rho_3\vec{g})] = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Распишем последние два слагаемых

$$\begin{aligned} & \frac{\partial[m((1-s)\rho_2 + s\rho_3)]}{\partial t} - \frac{k}{\mu_1} \nabla(f_1(s)\rho_2 \nabla P) + \\ & + \frac{k}{\mu_1} \nabla[f_1(s)\rho_2(\rho_1 + \rho_2)\vec{g}] - \frac{k}{\mu_3} \nabla(f_3(s)\rho_3 \nabla P) + \frac{k}{\mu_3} \nabla(f_3(s)\rho_3^2 \vec{g}) = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial[m((1-s)\rho_2 + s\rho_3)]}{\partial t} - \frac{k}{\mu_1} f_1(s)\rho_2 \Delta P - \frac{k}{\mu_1} \frac{d[f_1(s)\rho_2]}{dP} (\nabla P)^2 + \\ & + \frac{k}{\mu_1} \frac{d[f_1(s)\rho_2(\rho_1 + \rho_2)]}{dP} \nabla P \vec{g} - \frac{k}{\mu_3} f_3(s)\rho_3 \Delta P - \\ & - \frac{k}{\mu_3} \frac{d[f_3(s)\rho_3]}{dP} (\nabla P)^2 + \frac{k}{\mu_3} \frac{d[f_3(s)\rho_3^2]}{dP} \nabla P \vec{g} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

В итоге получим уравнение для поля давления при фильтрации газированной жидкости с учетом гравитационного поля

$$\begin{aligned} & \frac{d[m((1-s)\rho_2 + s\rho_3)]}{dP} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{k}{\mu_1} \left[f_1(s)\rho_2 + \frac{\mu_1}{\mu_3} f_3(s)\rho_3 \right] \Delta P - \\ & - \frac{k}{\mu_1} \frac{d}{dP} \left[f_1(s)\rho_2 + \frac{\mu_1}{\mu_3} f_3(s)\rho_3 \right] (\nabla P)^2 + \\ & + \frac{k}{\mu_1} \frac{d}{dP} \left[f_1(s)\rho_1(\rho_1 + \rho_2) + \frac{\mu_1}{\mu_3} f_1(s)\rho_3^2 \right] \nabla P \vec{g} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Из физических соображений ясно, что уравнения (8) и (12) должны давать совпадающие решения, что возможно тогда, когда отношения коэффициентов при соответствующих производных

равны

$$\begin{aligned}
 \frac{\frac{d}{dP}[m(1-s)\rho_2 + s\rho_3]}{\frac{d}{dP}[m(1-s)\rho_1]} &= \frac{f_1(s)\rho_2 + \frac{\mu_1}{\mu_3}f_3(s)\rho_3}{f_1(s)\rho_1} = \\
 &= \frac{\frac{d}{dP}\left[f_1(s)\rho_2 + \frac{\mu_1}{\mu_3}f_3(s)\rho_3\right]}{\frac{d}{dP}[f_1(s)\rho_1]} = \\
 &= \frac{\frac{d}{dP}\left[f_1(s)\rho_1(\rho_1 + \rho_2) + \frac{\mu_1}{\mu_3}f_3(s)\rho_3^2\right]}{\frac{d}{dP}[f_1(s)\rho_1(\rho_1 + \rho_2)]} = c(P).
 \end{aligned} \tag{13}$$

Из равенства отношений вторых и третьих коэффициентов следует, что $c(P) = \text{const}$. Действительно, из равенства отношения двух функций отношению их производных, следует, что это отношение равно константе. Докажем это.

Пусть это отношение не равно константе, тогда

$$\frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \frac{f_1'(x)}{f_2'(x)} = g(x). \tag{14}$$

Из (14) следует, что

$$f_1'(x) = f_2'(x)g(x), \tag{15}$$

$$f_1(x) = f_2(x)g(x). \tag{16}$$

Продифференцируя (16), получим

$$f_1'(x) = f_2'(x)g(x) + f_2(x)g'(x). \tag{17}$$

Сравнивая (15) с (17), приходим к противоречию, значит, $c(P)$ не зависит от P . Отыщем константу c . Из закона Генри при давлении насыщения $\rho_2(P = P_s) = \rho_{20} = \frac{\rho_1 \alpha P_s}{1 - \alpha P_s}$ и $\rho_1(P = P_s) = \rho_{10}$. Тогда, учитывая $f_3(s) = 0$, из (13) получим $c = \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}}$.

Насыщенность является функцией давления и температуры, то есть $s = s(P, T)$. Однако в условиях рассматриваемой задачи относительная величина температурных изменений составляет приблизительно 1%, в то время как перепады давления на несколько порядков больше, поэтому целесообразно воспользоваться баротропным приближением $s = s(P)$, $\rho_3 = \rho_3(P)$.

Из (13) с учетом $c = \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}}$ получим следующее выражение

$$\frac{\frac{d}{dP}[m(1-s)\rho_2 + s\rho_3]}{\frac{d}{dP}[m(1-s)\rho_1]} = \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}}. \quad (18)$$

Интегрируя (18) с учетом $s = 0$ при давлении насыщения P_s , получим выражение для газонасыщенности

$$s = \frac{\rho_{20} \frac{\rho_1}{\rho_{10}} - \rho_2}{\rho_3 - \rho_2 + \rho_{20} \frac{\rho_1}{\rho_{10}}}. \quad (19)$$

Из (13) получим

$$\frac{\frac{d}{dP} \left[f_1(s)\rho_1(\rho_1 + \rho_2) + \frac{\mu_1}{\mu_3} f_3(s)\rho_3^2 \right]}{\frac{d}{dP} [f_1(s)\rho_1(\rho_1 + \rho_2)]} = \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}}. \quad (20)$$

Проинтегрируем (20) и учтем условие давления насыщения $C = 0$

$$(\rho_1 + \rho_2)\rho_2 + \frac{\mu_1}{\mu_3} \rho_3^2 \frac{f_3(s)}{f_1(s)} = \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} (\rho_1 + \rho_2)\rho_1. \quad (21)$$

Из (13) следует, что

$$\frac{f_1(s)\rho_2 + \frac{\mu_1}{\mu_3} f_3(s)\rho_3}{f_1(s)\rho_1} = \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}}, \quad (22)$$

откуда

$$\frac{f_3(s)}{f_1(s)} = \frac{\mu_3}{\mu_1} \frac{\rho_1}{\rho_3} \left(\frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right). \quad (23)$$

Подставим (23) в (21)

$$(\rho_1 + \rho_2)\rho_2 + \frac{\mu_1}{\mu_3} \rho_3^2 \frac{\mu_3}{\mu_1} \frac{\rho_1}{\rho_3} \left(\frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) = \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} (\rho_1 + \rho_2)\rho_1. \quad (24)$$

Упрощая (24), приходим к равенству

$$\rho_1 + \rho_2 = \rho_3. \quad (25)$$

Но этого не может быть, так как плотность несущей фазы не равна плотности свободного газа. Значит, при решении задачи фильтрации газированной жидкости с учетом гравитационного поля нельзя пользоваться баротропным приближением. Но без учета гравитационного поля баротропное приближение работает [2].

3 Заключение

Осуществлена постановка задачи фильтрации газированной жидкости с учетом фазовых переходов в гравитационном поле применительно к нефтегазовым пластам. Получено уравнение для поля давления при фильтрации газированной жидкости с учетом гравитационного поля. Было показано, что при решении задачи фильтрации газированной жидкости с учетом гравитационного поля нельзя пользоваться баротропным приближением. Полученные результаты важны для построения теории фильтрации газированной жидкости в гравитационном поле.

Список обозначений

m_i — пористость; μ_i — вязкость i -ой фазы, Па·с; P_i — давление, Па; P_w — давление в скважине, Па; P_s — давление насыщения, Па; P_h — пластовое давление, Па; $f_i(s)$ — фазовая проницаемость; k — проницаемость, м²; s_i — насыщенность i -ой фазы; \vec{v}_i — скорость фильтрации i -ой компоненты, м/с; ρ_i — плотность i -ой фазы, кг/м³; α — коэффициент растворимости газа, 1/Па; T — температура, К.

Список литературы

- [1] Савельев И. В. Курс общей физики. Т.1. Механика. Молекулярная физика: Учебное пособие. М.: Наука, 1982. 432 с.

- [2] Филиппов А. И., Фридман А. А., Девяткин Е. М. Баротермический эффект при фильтрации газированной жидкости: Монография. Стерлитамак: Стерлитамак. гос. пед. ин-т, 2000; Стерлитамакский филиал Академии наук Республики Башкортостан. 176 с.
- [3] Коллинз Р. Течения жидкостей через пористые материалы. М.: Мир, 1964. 351 с.
- [4] Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа: В 3 т. Т. 2. М.: Высш.шк., 1988. 576 с.