УДК 536.423

Термокапиллярный эффект и периодические структуры на поверхности нагреваемой пленки вязкой жидкости[1]

С. П. Актершев

Институт Теплофизики имени С. С. Кутателадзе, СО РАН, Новосибирск

Аннотация. Рассматривается двумерное течение ламинарной пленки вязкой жидкости на однородно или локально обогреваемой пластине в присутствии потока газа над поверхностью пленки. В случае локализованного нагревателя получено аналитическое решение для распределения температуры в пленке. При малой деформации поверхности пленки и слабом теплообмене с газом найдено аналитическое решение для возмущения толщины пленки. В случае однородно обогреваемой пластины рассмотрен эффект образования периодической структуры на поверхности пленки. При малой деформации поверхности получена зависимость периода структуры от числа Марангони. Периодические решения появляются только в том случае, если число Марангони превышает пороговое значение.

Ключевые слова: пленка жидкости, обогреваемая поверхность, термокапиллярный эффект, теплообмен с газом, периодические структуры

1 Введение

Совместные течения тонкой пленки жидкости и потока газа широко используются в различных технологических устройствах, в частности, для охлаждения поверхности элементов микроэлектронной аппаратуры. Известно, что касательные напряжения, возникающие на поверхности плен-

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 06–08–01501)

ки вследствие действия газового потока или термокапиллярного эффекта, оказывают существенное воздействие на движение жидкости и теплоперенос [1–3]. Следует отметить, что большая часть информации о таких течениях получена из экспериментов. Различные аспекты этой проблемы изучались также численными методами [4, 5]. Цель настоящей работы — разработать упрощенную модель двумерного течения нагреваемой пленки в присутствие потока газа над поверхностью жидкости и анализ влияния безразмерных критериев на характер течения.

2 Течение пленки с локальным участком нагрева

Рассмотрим двумерное, стационарное, ламинарное течение пленки вязкой жидкости толщиной h_0 по пластине, образующей угол θ с горизонтом, и имеющей локально обогреваемый участок длиной l. Поверхность жидкости контактирует с движущимся неограниченным потоком газа. Воздействие газового потока на движение жидкой пленки учитывается заданным касательным напряжением на межфазной поверхности τ_s. Введем декартову систему координат $Oxyz$ так, что ось Ox направлена вниз вдоль пластины, ось Oy перпендикулярно пластине, и примем следующие упрощающие предположения: 1) на участке нагрева $0 < x < l$ задана плотность теплового потока в жидкость j; вне участка нагрева поверхность пластины теплоизолирована; 2) при $x \to \pm\infty$ температура пленки, температура окружающего газа и температура пластины равны; теплообмен между жидкостью и газом определяется законом Ньютона. В безразмерных переменных распределение температуры жидкости описывается уравнением теплопереноса

$$\mathrm{Pe} \cdot u(y) \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{1}$$

с граничными условиями: $T(x,y)\,|_{x\to\pm\infty} \to 0$,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} + \mathrm{Bi} \cdot T\right)\Big|_{y=1} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y}\,|_{y=0} = \begin{cases} -1, \ x \in (0;l) \\ \ \ 0, \ x \notin (0;l) \end{cases}. \tag{2}$$

Здесь $u(y) = 3\sin\theta \cdot (y - y^2/2) + r\,y$ — профиль скорости в пленке; $\mathrm{Bi} = \alpha_g h_0/\lambda$ — число Био; $\mathrm{Pe} = \mathrm{Pr} \cdot (g h_0^3/3\nu^2)$ — число Пекле; $r = 3\tau_s/\rho g h_0$ — безразмерное касательное напряжение на поверхности пленки. Интегрируя (1) по координате y с учетом граничных условий (2), получим интегральное уравнение теплопереноса:

$$\int\limits_0^1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dy - \mathrm{Pe} \cdot \int\limits_0^1 u \frac{\partial T}{\partial x} dy - \mathrm{Bi} \cdot T\,|_{y=1} = \begin{cases} -1, \ x \in (0;l) \\ \ \ 0, \ x \notin (0;l) \end{cases}. \tag{3}$$

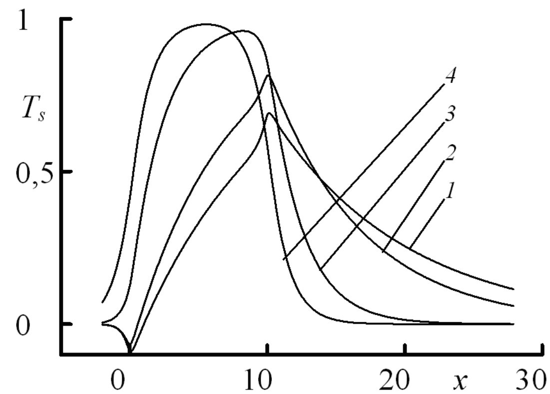

Рис. 1. Температура поверхности локально нагреваемой вертикальной пленки
1 — $\mathrm{Re} = 7.5$; 2 — $\mathrm{Re} = 5$; 3 — $\mathrm{Re} = 1.25$; 4 — $\mathrm{Re} = 0$

Решение уравнения (3) ищем в виде ряда $T(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) \cdot \cos(\beta_n y)$. Здесь $\cos(\beta_n y)$ — собственные ортогональные функции, которые удовлетворяют первому граничному условию (2), собственные значения β_n есть корни уравнения $\mathrm{Bi}{\cdot}\mathrm{ctg}\,\beta_n = \beta_n$. Для $f_n(x)$ получаем обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка. На участке нагрева и вне его выбираем соответствующие комбинации линейно независимых решений. На границах участка нагрева эти комбинации решений сшиваются из условий непрерывности функций $T(x,y)$ и $\partial T(x,y)/\partial x$.

На Рис. 1 показано рассчитанное в [6] распределение температуры поверхности вертикальной пленки $T_s(x)$ при $l = 10$ и противоточном движении газа для случая, когда термокапиллярный эффект мал по сравнению с действием газового потока. Протяженность «теплового следа» на поверхности пленки сильно зависит от числа Рейнольдса жидкости Re. При увеличении скорости газа (уменьшении Re) область нагретой пленки становится более локализованной.

В случае покоящегося газа касательное напряжение на поверхности пленки обусловлено термокапиллярным эффектом. Малое возмущение толщины пленки $H = h(x) - h_0$ в длинноволновом приближении описывается линейным уравнением

$$\frac{1}{\chi} \cdot \frac{d^3 H}{dx^3} + \frac{6}{5} \cdot \left(1 - \frac{5}{2\mathrm{Re}} \cdot \mathrm{ctg}\,\theta\right) \cdot \frac{dH}{dx} + 9 \cdot H = f(x). \tag{4}$$

Вне участка нагрева комбинацию линейно независимых решений уравнения (4) выбираем так, чтобы $H(x) \to 0$ при $x \to \pm\infty$. На границах участка нагрева полученные решения сшиваем из условий непрерывности

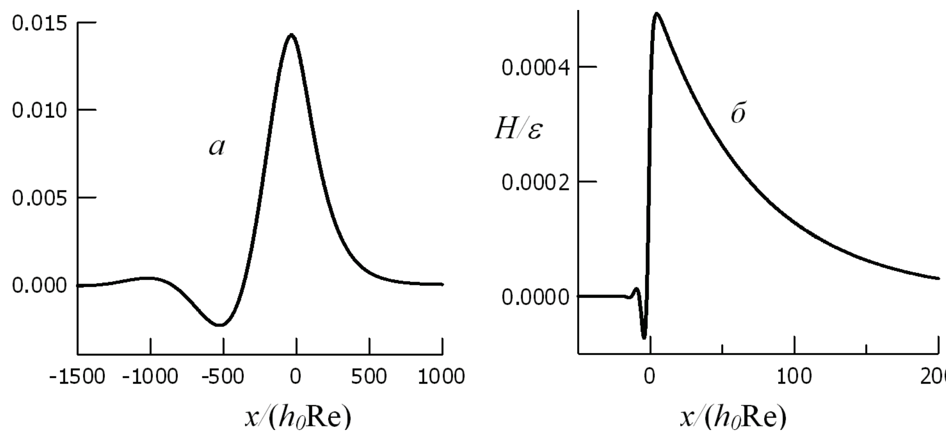

Рис. 2. Возмущение толщины вертикалной пленки при различных значениях расхода. Участок нагрева $x > 0$; а — $\mathrm{Re} = 0.1$; б — $\mathrm{Re} = 4$

$H(x)$, dH/dx. На Рис. 2 приведены результаты [7] расчета по (4) деформации поверхности вертикальной пленки вблизи кромки «полубесконечного» нагревателя. При R$e \ll 1$ поверхность жидкости имеет вид горизонтального валика со склонами примерно одинаковой крутизны (Рис. 2(а)). С увеличением Re передний склон становится крутым, а задний — пологим. Провал у переднего склона превращается в малозаметную капиллярную «рябь» (Рис. 2(б)); амплитуда возмущения с ростом Re резко падает.

3 Периодические структуры на поверхности однородно нагреваемой пленки жидкости

В экспериментах [2, 3] обнаружено, что при увеличении теплового потока на поверхности пленки кроме горизонтального валика образуются еще периодические продольные утолщения, а жидкость стекает по нагревателю в виде системы струй.

Рассмотрим двумерное течение пленки толщиной $h(z)$ по неограниченной однородно нагреваемой пластине, считая деформацию поверхности пленки длинноволновой. В [8] выведено уравнение для толщины пленки (в безразмерных переменных):

$$h \cdot \frac{d^2h}{dz^2} - \frac{W \cdot h^2}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{dh}{dz}\right)^2 = \mathrm{Ma} \cdot \left(T_s + \beta \cdot \mathrm{Ma} \cdot h^3 \left(\frac{dT_s}{dz}\right)^2\right) + \mathrm{const}. \quad (5)$$

Здесь $T_s(z)$ — температура поверхности пленки; $\mathrm{Ma} = \dfrac{3}{2\sigma_0}\left|\dfrac{d\sigma}{dT}\right|\dfrac{j_0 h_0}{\lambda}$ — число Марангони; $W = h_0^2 \cos\theta / l_\sigma^2$; l_σ — капиллярная постоянная;

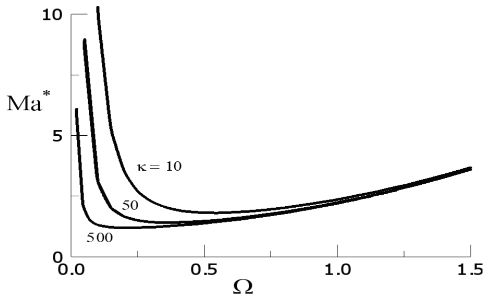

Рис. 3. Кривые Ma*(Ω) при различных значениях параметра нагревателя

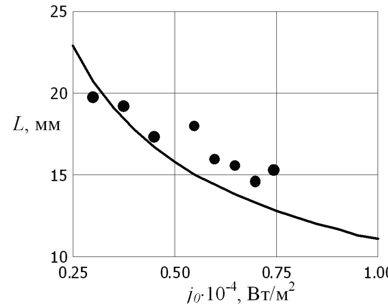

Рис. 4. Период структуры при $\mathrm{Re} = 10.4$; кружки — эксперимент [3]

$\beta = \sigma_0 h_0/(270 \cdot \mu \cdot \nu)$. Исследуемая ситуация принципиально отличается от случая локализованного нагрева. Там градиент температуры и, соответственно, деформация поверхности пленки будет при любом тепловом потоке. Для однородного нагрева это не так. Уравнение (5) всегда имеет решение $h(z) = h_0$, $T_s(z) = \mathrm{const}$. Вопрос о существовании других решений не является очевидным.

В [8] найдено периодическое решение линеаризованного уравнения (5) для возмущения толщины пленки $H(z)$. На Рис. 3 приведены зависимости $\mathrm{Ma}^*(\Omega)$, где $\mathrm{Ma}^* = \mathrm{Ma}/\mathrm{Bi}$; Ω — волновое число. Кривые $\mathrm{Ma}^*(\Omega)$ имеют минимум, поэтому периодические решения появляются только в том случае, если число Марангони превышает некоторое пороговое значение. Этот факт согласуется с результатами экспериментов [2, 3]. На Рис. 4 показана расчетная зависимость периода L структуры от плотности теплового потока j_0 (в размерных переменных) в сравнении с опытными данными [3]. Для $\mathrm{Re} = 10.4$ расчет удовлетворительно согласуется с экспериментом, для $\mathrm{Re} > 40$ расчет дает более резкое падение периода с ростом теплового потока. Следует отметить, что рассмотренная здесь упрощенная модель существенно отличается от реальных условий эксперимента. В частности, в экспериментах всегда фиксировались развитые периодические структуры конечной амплитуды, когда проявляются нелинейные эффекты.

Список литературы

[1] Kabov O. A., Chinnov E. A. Heat Transfer from a Local Heat Source to a Subcooled Falling Liquid Film Evaporating in a Vapor-Gas Medium // Russ. J. Eng. Thermophys. 1997. V. 7, № 1–2. Pp. 21–34.

[2] Кабов О. А. Формирование регулярных структур в стекающей пленке жидкости при локальном нагреве // Теплофизика и аэромеханика. 1998. V. 5, № 4. Pp. 597–602.

[3] Чиннов Е. А., Кабов О. А., Марчук И. В. Формирование струйных течений при стекании нагреваемой пленки жидкости // Труды Третьей Российской национальной конференции по теплообмену. М: Издательство МЭИ. 2002. Т. 4. Pp. 331–334.

[4] Kuznetsov V. V. Dynamics of locally heated liquid films // Russ. J. Eng. Thermophys. 2000. V. 10, № 2. Pp. 107–120.

[5] Гатапова Е. Я., Кабов О. А., Марчук И. В. Термокапиллярная деформация локально нагреваемой пленки жидкости, движущейся под действием газового потока // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 3. Вып. 10. С. 45–52.

[6] Актершев С. П. Теплоперенос в пленке вязкой жидкости на локально обогреваемой поверхности // Труды Четвертой Российской национальной конференции по теплообмену. М: Издательство МЭИ. 2006. Т. 4. С. 208–211.

[7] Актершев С. П. Деформация поверхности пленки вязкой жидкости вследствие термокапиллярного эффекта при стационарном течении по вертикальной обогреваемой пластине // Теплофизика и аэромеханика. 2004. Т. 11, № 2. С. 291–303.

[8] Актершев С. П., Сорокин А. Л. Стационарные периодические структуры при течении однородно нагреваемой пленки жидкости // CD ISBN-5-89017-027-9. XXVII Сибирский теплофизический семинар. Сборник трудов. Новосибирск. 2004. СТС–XXVII. № 003.