



УДК 534.2.532

ЭВОЛЮЦИЯ МАЛОГО ИСКАЖЕНИЯ СФЕРИЧНОСТИ ПУЗЫРЬКА В ДЕЙТЕРИРОВАННОМ АЦЕТОНЕ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ПЛОТНОСТИ ПАРА¹

Д. Ю. Топорков

Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, Казань

Аннотация. Изучается эволюция малого искажения сферической формы парового пузырька в ходе его однократного сверхсильного расширения-сжатия в дейтерированном ацетоне. Сферическая составляющая движения пара и жидкости описывается уравнениями гидродинамики с учетом неравновесных испарения-конденсации на межфазной поверхности. При расчете несферической составляющей движения межфазной границы приближенно учитывается влияние плотности пара и неоднородности пространственного распределения его давления. Установлено, что неустойчивость Рэлея-Тейлора, которая оказывает значительное влияние на форму пузырька в финальной части его сжатия в случае пренебрежения плотностью пара, практически не проявляется в случае ее учета.

Ключевые слова: устойчивость сферической формы, паровой пузырек, искажение, дейтерированный ацетон

1 Введение

В 2002 г. было впервые экспериментально зарегистрировано производство нейтронов и ядер трития при акустическом возбуждении кластера паровых пузырьков в дейтерированном ацетоне [1]. Согласно [1] внутри резонатора с жидким дейтерированным ацетоном без пузырьков формируется стоячая волна давления с амплитудой в 15 бар в пучности. В экспериментах [1] кавитация дейтерированного ацетона вызывается быстрыми нейтронами в момент понижения давления в пучности до значений, близких

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-01-00415) и в рамках программы ОЭММПУ РАН

к максимальным отрицательным. В фазе отрицательного давления в жидкости нанометровые кавитационные пузырьки многократно увеличиваются и достигают значений порядка миллиметра. Согласно [1], производство нейтронов и ядер трития имеет место на последующей фазе с положительным давлением, где пузырьки стремительно сжимаются. Важным условием здесь является сохранение формы пузырька близкой к сферической до момента максимального сжатия. В настоящей работе изучаются малые искажения сферической формы пузырька в ходе его расширения–сжатия в экспериментальных условиях [1].

2 Математическая модель

Уравнение поверхности пузырька в сферической системе координат r, θ, φ представляется следующим образом:

$$r = R(t) + \sum_{i=2}^{\infty} \sum_{n=-i}^i a_{in}(t) Y_i^n(\theta, \varphi).$$

Здесь t — время; $R(t)$ — радиус сферической составляющей формы пузырька (радиус пузырька); Y_i^n — сферическая гармоника степени i порядка n . Параметр $a_{in}(t)$ характеризует отклонение поверхности от сферы в виде Y_i^n . Полагается, что относительное искажение сферичности $\varepsilon_{in}(t) = a_{in}(t)/R(t)$ мало при всех i, n , то есть $|\varepsilon_{in}| \ll 1$. Эволюция a_{in} от n не зависит, поэтому далее индекс n опускается.

Для описания радиальной составляющей движения пара и жидкости используется следующая система уравнений [2, 3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho r^2) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho w r^2) &= 0, & \frac{\partial}{\partial t}(\rho w r^2) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho w^2 r^2 + p r^2) &= 2pr, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho e r^2) + \frac{\partial}{\partial r}[w r^2(\rho e + p)] &= \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность; w — радиальная скорость; p — давление; e — удельная полная энергия; T — температура; λ — коэффициент теплопроводности.

Уравнения состояния вещества принимаются в виде $p = p(\rho, T)$, $\varepsilon = \varepsilon(\rho, T)$, где ε — удельная внутренняя энергия.

Граничные условия имеют вид [2, 3]:

$$\begin{aligned} r = 0 : w = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} &= 0; & r = r_{\infty} : p = p_{\infty}(t), \quad T = T_0; \\ r = R(t) : \dot{R} = w_L + \frac{j}{\rho_L} &= w_G + \frac{j}{\rho_G}, & p_L = p_G - \frac{4\mu_L w_L}{R} - \frac{2\sigma}{R}, \\ \lambda_L \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R+0} - \lambda_G \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R-0} &= j l(p_G), \end{aligned} \quad (2)$$

где $p_{\infty}(t)$ — давление в жидкости вдали от пузырька; μ_L — коэффициент вязкости жидкости; σ — коэффициент поверхностного натяжения; l —

теплота парообразования; j — интенсивность фазовых превращений, отнесенная к единице времени и единице поверхности. Нижние индексы L и G ($r = R + 0$ и $r = R - 0$) относятся соответственно к параметрам жидкости и газа (пара) (жидкости и газа, но на поверхности пузырька). Параметр j определяется выражением [2, 3]

$$j = \frac{\alpha'}{\sqrt{2\pi R_G}} \left(\frac{ps(T)}{\sqrt{T}} - \frac{\chi p_G}{\sqrt{T}} \right),$$

$$\chi = \exp(-\Omega^2) - \Omega\sqrt{\pi} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\Omega \exp(-x^2) dx \right), \quad \Omega = \frac{j\sqrt{R_G T}}{\sqrt{2} p}.$$

Здесь α' — коэффициент аккомодации; R_G — газовая постоянная для пара; ps — давление насыщения.

В (1), (2) вязкость учитывается в приближении несжимаемости жидкости и без учета ее влияния на изменение энергии. Эти допущения здесь являются приемлемыми.

Уравнения состояния парообразного и жидкого дейтерированного ацетона и функции физических параметров этих сред μ_L , σ , λ_L , λ_G , ps , l от температуры T принимаются в виде аппроксимаций [2], построенных по экспериментальным данным. Для расчета радиальной динамики пузырька используется эффективная математическая модель, в которой процесс расширения и сжатия пузырька подразделяется на две стадии [2, 3]. В первой и наиболее продолжительной низкоскоростной стадии, включающей всю фазу расширения и начало фазы сжатия пузырька, применяются не сами уравнения (1), (2), а их значительно более простые приближения. Жидкость возле пузырька в них полагается вязкой несжимаемой, а пар в его полости — идеальным с однородным распределением давления. На фазе высокоскоростного сжатия, где указанные приближения несправедливы, используется математическая модель (1), (2).

Для описания изменения отклонения a_i применяется модель [4], модифицированная для учета влияния плотности пара согласно [5],

$$(1 + q_i)\ddot{a}_i + \left[3\frac{\dot{R}}{R} + 2(i+1)(i+2)\frac{\nu_L}{R^2} \right] \dot{a}_i + \left[\omega_i^2 + \frac{4\nu_L(i^2-1)\dot{R}}{R^3} - \right.$$

$$\left. -(1-q_i)(i-1)\frac{\ddot{R}}{R} \right] a_i + \frac{i(i+1)}{R} \left[\frac{\nu_L Q_i(R, t)}{R} + \frac{2\nu_L(2i+1)}{R^{2-i}} \alpha_i + \frac{\dot{R}}{R} \beta_i \right] = 0, \quad (3)$$

$$\alpha_i = -\frac{i+1}{2i+1} \int_R^\infty \frac{Q_i}{r^i} dr, \quad \beta_i = \int_R^\infty \left[\left(\frac{R}{r} \right)^3 - 1 \right] \left(\frac{R}{r} \right)^i Q_i dr,$$

$$q_i = \frac{(i+1)\bar{\rho}_G}{i\rho_{L0}}, \quad \omega_i^2 = \frac{\sigma(i^2-1)(i+2)}{\rho_{L0}R^3}.$$

Здесь $\bar{\rho}_G$ — средняя плотность пара; ρ_{L0} — невозмущенное значение плотности жидкости; $\nu_L = \mu_L/\rho_{L0}$ — кинематический коэффициент вязкости.

Функция $Q_i(r, t)$ вводится выражением [4]

$$\nabla \times \mathbf{w} = \nabla \times \left(\sum_{i=2}^{\infty} Q_i(r, t) Y_i(\theta, \varphi) \right) \mathbf{e}_r,$$

где \mathbf{w} — вектор скорости жидкости; \mathbf{e}_r — единичный вектор вдоль радиальной координаты r . Функция $Q_i(r, t)$ определяется из уравнения

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} + \dot{R} R^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{Q_i}{r^2} \right) + \nu_L \left[\frac{i(i+1) Q_i}{r^2} - \frac{\partial^2 Q_i}{\partial r^2} \right] = 0$$

с граничными условиями

$$Q_i(R, t) = \frac{2}{i+1} [(i+2)\dot{a}_i - (i-1)\frac{\dot{R}}{R} a_i + (2i+1)R^{i-1}\alpha_i], \quad Q_i(\infty, t) = 0.$$

Давление в жидкости вдали от пузырька p_∞ изменяется по закону

$$p_\infty = p_0 - \Delta p \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где Δp и ω — амплитуда и частота колебаний давления; p_0 — статическое давление в жидкости; φ_0 — фаза колебания давления в момент включения источника нейтронов.

Предполагается, что в начальный момент времени $t = 0$:

$$R = R_0, \quad \dot{R} = \dot{R}_0,$$

$$0 \leq r \leq R : T(r, t) = T_0, \quad p(r, t) = p_S(T_0),$$

$$R \leq r \leq \infty : T(r, t) = T_0, \quad \rho(r, t) = \rho_{L0},$$

где R_0 , \dot{R}_0 , T_0 — начальные значения радиуса пузырька, радиальной скорости и температуры жидкости. В момент возникновения искажения t_* принимается $a_i = a_{i*}$, $\dot{a}_i = 0$; $Q_i(r, t_*) = 0$, $R \leq r \leq \infty$.

Значения начальных данных принимаются соответствующими дейтерированному ацетону при $T_0 = 273$ К и $p_0 = 1$ бар. Полагается $\varphi_0 = \pi/4$, когда $p_\infty = p_0 - \Delta p = -14$ бар. Принимается, что $R_0 = R_{cr}$, а $\dot{R}_0 = 0 - 30$ м/с. Правая граница рассматриваемого диапазона изменения \dot{R}_0 примерно равна скорости расширения пузырька при $\ddot{R} = 0$, что приближенно выполняется на продолжительном участке роста пузырька. Пар в пузырьке в начальный момент времени полагается в состоянии насыщения.

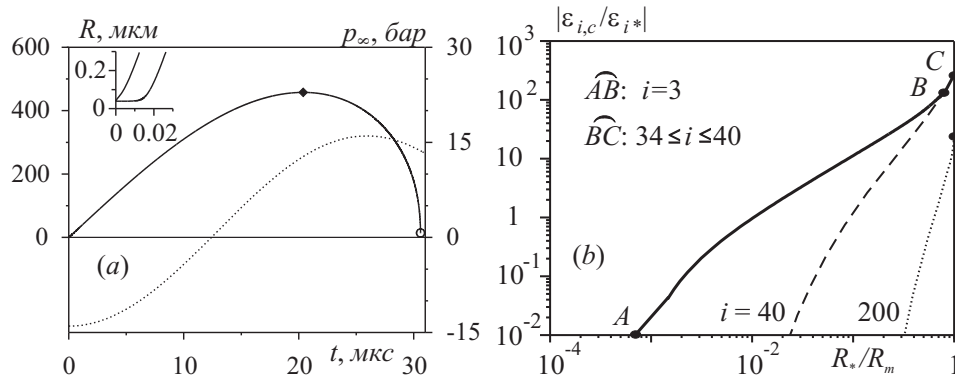


Рис. 1.

3 Результаты

На Рис. 1(a) показаны зависимости $p_\infty(t)$ и $R(t)$ в ходе расширения-сжатия пузырька. Отмечены значения радиуса пузырька в моменты его максимального расширения (ромбик, $R_m \approx 457$ мкм) и экстремального сжатия пара в пузырьке (кружок, $R_c \approx 14$ мкм). Влияние начальной скорости расширения пузырька \dot{R}_0 проявляется только в самом начале расширения при радиусах, близких к критическому $R_{cr} \approx 0.04$ мкм (вставка на Рис. 1(a), и в целом на изменение радиуса пузырька оказывается несущественным (кривые для разных \dot{R}_0 графически совпадают)

На Рис. 1(b) для ряда значений i представлены зависимости амплитуды относительного искажения сферичности пузырька в момент экстремального сжатия пара $|\varepsilon_{i,c}/\varepsilon_{i*}|$ от радиуса пузырька R_* , при котором возникают эти искажения. Приведена также и огибающая таких зависимостей для $i \geq 2$. Огибающая показывает максимально возможные значения $|\varepsilon_{i,c}/\varepsilon_{i*}|$. Если возмущения (ε_{i*}) возникают в стадии роста пузырьков при радиусах много меньше максимального ($R_*/R_m < 10^{-2}$), то к моменту экстремального сжатия пара амплитуда возмущений не превышает начальные значения ($|\varepsilon_{i,c}/\varepsilon_{i*}| < 1$). При этом в случае $R_* \approx R_{cr}$ максимально возможные значения $|\varepsilon_{i,c}/\varepsilon_{i*}|$ оказываются меньше, чем $\sim 10^{-3}$. Наибольший рост амплитуды возмущений (до ~ 300 раз) получается тогда, когда эти возмущения возникают при размерах пузырька, близких к максимальным ($R_* \approx R_m$).

Из сравнения с результатами работы [6], полученными без учета влияния плотности пара и неоднородности его давления при описании эволюции отклонения (при $q_i = 0$ в уравнении (3)), можно заключить, что влияние указанных факторов на характер зависимости амплитуды относительного искажения $|\varepsilon_{i,c}/\varepsilon_{i*}|$ от радиуса пузырька R_* незначителен. При $q_i = 0$ максимальные значения амплитуды искажения в момент экстремального

сжатия пара несколько больше, чем при $q_i \neq 0$. В частности, при $R_* \approx R_m$ оно оказывается больше \approx в 2.5 раза. Завышение искажения объясняется влиянием неустойчивости Рэлея-Тейлора при торможении схлопывания пузырька в финальной части его сжатия, которая при $q_i \neq 0$ практически не проявляется. Последнее обстоятельство обусловлено тем, что на фазе торможения сжатия пузырька средняя плотность пара превосходит плотность жидкости.

4 Заключение

Таким образом, учет влияния плотности пара и неоднородности его давления согласно (3) показал уменьшение значения искажения на момент коллапса в несколько раз по сравнению с результатами работы [6]. При этом порядок степени роста искажения к коллапсу не изменяется: при любых R_* и i она остается меньше 10^3 раз.

Список литературы

- [1] Taleyarkhan R. P., West C. D., Cho J. S., Lahey R. T. (Jr.), Nigmatulin R. I., Block R. C. Evidence for nuclear emissions during acoustic cavitation. // *Science*. 2002. V. 295. Pp. 1868–1873.
- [2] Nigmatulin R. I., Akhatov I. Sh., Topolnikov A. S., Bolotnova R. Kh., Vakhitova N. K., Lahey R. T. (Jr), Taleyarkhan R. The Theory of Supercompression of Vapor Bubbles and Nano-Scale Thermonuclear Fusion // *Physics of Fluid*. 2005. V. 17. 107105.
- [3] Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Т. 1 и 2. М.: Наука, 1987.
- [4] Prosperetti A. Viscous effects on perturbed spherical flows // *Quarterly of Appl. Math.* 1977. V. 34. Pp. 339–352.
- [5] Lin H., Storey B.D. and Szeri A.J. Rayleigh–Taylor instability of violently collapsing bubbles // *Phys. Fluids*. 2002. V. 14, № 8. Pp. 2925–2928.
- [6] Нигматулин Р. И., Аганин А. А., Ильгамов М. А., Топорков Д. Ю. Искажение сферичности парового пузырька в дейтерированном ацетоне // *ДАН*. 2006. Т. 408, № 6. С. 767–771.