

Численные методы решения задач динамики дисперсных систем

Погрешности численных методов. Лабораторная работа

К.И. Михайленко

ИМех УФИЦ РАН

<http://const.uimech.org/De38cY>



**ИНСТИТУТ
МЕХАНИКИ**
им. Р.Р. Мавлютова

УФИЦ РАН



Задание 1

Вычислить значение экспоненты с использованием ряда Тейлора:

$$e^x_{\text{comp}} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}.$$

Принять в качестве условия сходимости ряда выражение

$$\left| \frac{x^k}{k!} \right| \leq \varepsilon.$$

Произвести вычисления для $x \in \{20, 10, 5, 2, -2, -5, -10, -20\}$.

Сравнить вычисленное значение с точным:

$$\delta(x) = \left| \frac{|e^x_{\text{comp}}| - e^x}{e^x_{\text{comp}}} \right|.$$

Построить график $\delta(x)$. Объяснить полученный результат.



Задание 2

Вычислить производную e^x с использованием конечно-разностного выражения первого порядка точности:

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \stackrel{\text{def}}{=} f'_{\text{comp}}(x)$$

Получить зависимость относительной погрешности от шага h

$$\Delta(h) = \left| \frac{|f'_{\text{comp}}(x)| - e^x}{f'_{\text{comp}}(x)} \right|, \quad h \in [10^{-1}, 10^{-18}]$$

для двух случаев: переменные одинарной (float) и двойной (double) точности. Представить зависимости погрешностей на графиках с равномерными и логарифмическими шкалами. Дополнить графики функциями

$$\Delta_{\text{appr}} = \frac{M \cdot h}{2} \quad \text{и} \quad \Delta_{\text{comp}} = \frac{4\varepsilon_{\text{comp}}}{h}.$$

Получить оценки для величин $\varepsilon_{\text{comp}}$ и M .

Задание 3



Задание полностью аналогично заданию из части 2, но выполняется для функции, определённой в табл. 1 в соответствии с вариантом.

Таблица: Варианты функций

1	$\cos(x)$	4	$\sin(x)$	7	2^x
2	$\ln(x)$	5	x^3	8	$1/x$
3	\sqrt{x}	6	$\operatorname{tg} x$	9	$\log_2 x$